|  |  |
| --- | --- |
| ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  ***ΠΕΡΙΦ. Δ/ΝΣΗ Π/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ***  Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ Ν. ΧΑΛΚΙΔΙΚΗΣ  **ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ Ν.ΜΟΥΔΑΝΙΩΝ** | Σχολ. Έτος: 2014-2015  Τάξη: Β  Κατεύθυνση: ΓΕΝ.ΠΑΙΔΕΙΑΣ |

# ΘΕΜΑΤΑ

**Γραπτών Προαγωγικών-Απολυτήριων Εξετάσεων Μαΐου – Ιουνίου 2015**

**στο μάθημα ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

**ΘΕΜΑ Α:**

**Α1:** Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο , το τετράγωνο μιάς κάθετης

πλευράς του είναι ίσο με το γινόμενο της υποτείνουσας επί την προβολή της

πλευράς αυτής στην υποτείνουσα.

**(Μον. 15)**

**Α2:** Από τις παρακάτω προτάσεις ποιες είναι σωστές και ποιες λάθος ;

**α)** Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει ΑΒ2 + ΑΓ2 = ΒΓ2 τότε .

**β)** Αν δύο χορδές ΑΒ , ΓΔ ενός κύκλου ή οι προεκτάσεις τους τέμνονται

σε ένα σημείο Ρ , τότε ΡΑ∙ΑΒ = ΡΓ∙ΓΔ.

**γ)** Η πλευρά τετραγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο (Ο , R) δίνεται από

τον τύπο λ4 = 

**δ)** Δύο κανονικά πολύγωνα με τον ίδιο αριθμό πλευρών είναι όμοια.

**ε)** Το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα  ακτίνας R και α rad δίνεται

από τον τύπο .

**(Μον. 5 x 2 = 10)**

**ΘΕΜΑ Β:**

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΓ = β = , ΒΓ = α = 1 και .

**Β1:** Να αποδείξετε ότι . **(Μον. 9)**

**Β2:** Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο. **(Μον. 8)**

**Β3:** Να υπολογίσετε το μήκος της διαμέσου ΒΜ. **(Μον. 8)**

**ΘΕΜΑ Γ:**

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ () με ΑΒ = 9 ,

ΒΓ = 15 και ο εγγεγραμμένος κύκλος του (Ι , ρ).

**Γ1:** Να υπολογίσετε την ΑΓ και το εμβαδόν του

τριγώνου ΑΒΓ. **(Μον. 4 + 4 = 8)**

**Γ2:** Να υπολογίσετε την ακτίνα ρ. **(Μον. 8)**

**Γ3:** Αν η ΒΙ τέμνει την πλευρά ΑΓ στο Δ , να

αποδείξετε ότι  **(Μον. 9)**

**ΘΕΜΑ Δ:**

Δύο ίσοι κύκλοι (Κ,R) , (Λ,R) εφάπτονται εξωτερικά

στο σημείο Α. Από το Κ φέρουμε την εφαπτομένη

ΚΒ προς τον (Λ,R) , η οποία τέμνει τον (Κ,R)

στο σημείο Γ.

**Δ1:** Να αποδείξετε ότι:

**α)  (Μον. 3)**

**β)  (Μον. 3)**

**Δ2:** Να υπολογίσετε συναρτήσει του R το

εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου ΑΒΓ.

**(Μον. 9)**

**Δ3:** Η διάκεντρος ΛΚ τέμνει τον κύκλο (Κ,R) στο

σημείο Ζ. Να υπολογίσετε συναρτήσει του R:

**α)** Το εμβαδόν του τριγώνου ΖΒΛ . **(Μον. 5)**

**β)** Το μήκος του τμήματος ΖΒ . **(Μον. 5)**

Ν.Μουδανιά 08/06/2015

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

ΚΑΡΠΑΘΙΟΣ Σ.

ΠΟΛΙΤΟΥ – ΓΙΑΝΝΟΥΣΤΑ Κ. ΤΣΑΜΑΣΛΙΔΗΣ Γ.

ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΥ Γ.

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

**ΘΕΜΑ Α:**

**Α1:** Σχολ.βιβλίο σελ. 183

**Α2:** α) Σωστό , β) Λάθος , γ) Λάθος , δ) Σωστό , ε) Σωστό

**ΘΕΜΑ Β:**

**Β1:** Εφαρμόζουμε νόμο συνημιτόνων για την πλευρά γ και έχουμε:

γ2 = α2 + β2 – 2α∙β∙συνΓ = 

=  13 – 6 = 7 , άρα γ =

**Β2:** Η μεγαλύτερη πλευρά είναι η β , οπότε

 β2 > α2 + γ2 άρα το τρίγωνο είναι

αμβλυγώνιο στη γωνία Β.

**Β3:** Εφαρμόζουμε τον τύπο της διαμέσου και έχουμε:



άρα μβ = 1

**ΘΕΜΑ Γ:**

**Γ1:** Είναι ΑΓ2 = ΒΓ2 – ΑΒ2 = 152 – 92 = 225 – 81 = 144 , άρα ΑΓ = 12

Επίσης 

**Γ2:** Είναι 

Από τον τύπο Ε = ρ ∙τ έχουμε 

**Γ3:** Επειδή το Ι είναι έγκεντρο του τριγώνου , η ΒΙ είναι διχοτόμος , άρα τα τρίγωνα

ΑΒΔ , ΒΔΓ έχουν από μία γωνία ίση , άρα



**ΘΕΜΑ Δ:**

**Δ1:** **α)** Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΚΛ η κάθετη πλευρά ΛΒ είναι το μισό της

υποτείνουσας ΚΛ , άρα  ****

**β)** Επίσης ΚΒ2 = ΚΛ2 – ΛΒ2 = (2R)2 – R2 = 3R2 , άρα ****

**Δ2:** Είναι  (1)

Εχουμε 

 , 

Οπότε η (1) δίνει :



**Δ3:** **α)** Είναι 

**β)** Στο τρίγωνο ΖΒΛ εφαρμόζουμε νόμο συνημιτόνων για τη πλευρά ΖΒ.

ΖΒ2 = ΖΛ2 + ΛΒ2 – 2ΖΛ∙ΛΒ∙συν60 =

= (3R)2 + R2 – 2 ∙3R ∙ R ∙ = 7R2 , άρα ΖΒ = 