|  |  |
| --- | --- |
| ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ***ΠΕΡΙΦ. Δ/ΝΣΗ Π/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ***Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ Ν. ΧΑΛΚΙΔΙΚΗΣ**ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ Ν.ΜΟΥΔΑΝΙΩΝ** | Σχολ. Έτος: 2014-2015 Τάξη: Β Κατεύθυνση: ΓΕΝ.ΠΑΙΔΕΙΑΣ |

# ΘΕΜΑΤΑ

**Γραπτών Προαγωγικών-Απολυτήριων Εξετάσεων Μαΐου – Ιουνίου 2015**

**στο μάθημα ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

**ΘΕΜΑ Α:**

**Α1:** Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο , το τετράγωνο μιάς κάθετης

 πλευράς του είναι ίσο με το γινόμενο της υποτείνουσας επί την προβολή της

 πλευράς αυτής στην υποτείνουσα.

 **(Μον. 15)**

**Α2:** Από τις παρακάτω προτάσεις ποιες είναι σωστές και ποιες λάθος ;

 **α)** Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει ΑΒ2 + ΑΓ2 = ΒΓ2 τότε .

 **β)** Αν δύο χορδές ΑΒ , ΓΔ ενός κύκλου ή οι προεκτάσεις τους τέμνονται

 σε ένα σημείο Ρ , τότε ΡΑ∙ΑΒ = ΡΓ∙ΓΔ.

 **γ)** Η πλευρά τετραγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο (Ο , R) δίνεται από

 τον τύπο λ4 = 

 **δ)** Δύο κανονικά πολύγωνα με τον ίδιο αριθμό πλευρών είναι όμοια.

 **ε)** Το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα  ακτίνας R και α rad δίνεται

 από τον τύπο .

 **(Μον. 5 x 2 = 10)**

**ΘΕΜΑ Β:**

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΓ = β = , ΒΓ = α = 1 και .

**Β1:** Να αποδείξετε ότι . **(Μον. 9)**

**Β2:** Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο. **(Μον. 8)**

**Β3:** Να υπολογίσετε το μήκος της διαμέσου ΒΜ. **(Μον. 8)**

**ΘΕΜΑ Γ:**

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ () με ΑΒ = 9 ,

ΒΓ = 15 και ο εγγεγραμμένος κύκλος του (Ι , ρ).

**Γ1:** Να υπολογίσετε την ΑΓ και το εμβαδόν του

 τριγώνου ΑΒΓ. **(Μον. 4 + 4 = 8)**

**Γ2:** Να υπολογίσετε την ακτίνα ρ. **(Μον. 8)**

**Γ3:** Αν η ΒΙ τέμνει την πλευρά ΑΓ στο Δ , να

 αποδείξετε ότι  **(Μον. 9)**

**ΘΕΜΑ Δ:**

Δύο ίσοι κύκλοι (Κ,R) , (Λ,R) εφάπτονται εξωτερικά

στο σημείο Α. Από το Κ φέρουμε την εφαπτομένη

ΚΒ προς τον (Λ,R) , η οποία τέμνει τον (Κ,R)

στο σημείο Γ.

**Δ1:** Να αποδείξετε ότι:

 **α)  (Μον. 3)**

 **β)  (Μον. 3)**

**Δ2:** Να υπολογίσετε συναρτήσει του R το

 εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου ΑΒΓ.

 **(Μον. 9)**

**Δ3:** Η διάκεντρος ΛΚ τέμνει τον κύκλο (Κ,R) στο

 σημείο Ζ. Να υπολογίσετε συναρτήσει του R:

 **α)** Το εμβαδόν του τριγώνου ΖΒΛ . **(Μον. 5)**

 **β)** Το μήκος του τμήματος ΖΒ . **(Μον. 5)**

Ν.Μουδανιά 08/06/2015

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

 ΚΑΡΠΑΘΙΟΣ Σ.

ΠΟΛΙΤΟΥ – ΓΙΑΝΝΟΥΣΤΑ Κ. ΤΣΑΜΑΣΛΙΔΗΣ Γ.

 ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΥ Γ.

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

**ΘΕΜΑ Α:**

**Α1:** Σχολ.βιβλίο σελ. 183

**Α2:** α) Σωστό , β) Λάθος , γ) Λάθος , δ) Σωστό , ε) Σωστό

**ΘΕΜΑ Β:**

**Β1:** Εφαρμόζουμε νόμο συνημιτόνων για την πλευρά γ και έχουμε:

 γ2 = α2 + β2 – 2α∙β∙συνΓ = 

 =  13 – 6 = 7 , άρα γ =

**Β2:** Η μεγαλύτερη πλευρά είναι η β , οπότε

  β2 > α2 + γ2 άρα το τρίγωνο είναι

 αμβλυγώνιο στη γωνία Β.

**Β3:** Εφαρμόζουμε τον τύπο της διαμέσου και έχουμε:

 

 άρα μβ = 1

**ΘΕΜΑ Γ:**

**Γ1:** Είναι ΑΓ2 = ΒΓ2 – ΑΒ2 = 152 – 92 = 225 – 81 = 144 , άρα ΑΓ = 12

 Επίσης 

**Γ2:** Είναι 

 Από τον τύπο Ε = ρ ∙τ έχουμε 

**Γ3:** Επειδή το Ι είναι έγκεντρο του τριγώνου , η ΒΙ είναι διχοτόμος , άρα τα τρίγωνα

 ΑΒΔ , ΒΔΓ έχουν από μία γωνία ίση , άρα

 

**ΘΕΜΑ Δ:**

**Δ1:** **α)** Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΚΛ η κάθετη πλευρά ΛΒ είναι το μισό της

 υποτείνουσας ΚΛ , άρα  ****

 **β)** Επίσης ΚΒ2 = ΚΛ2 – ΛΒ2 = (2R)2 – R2 = 3R2 , άρα ****

**Δ2:** Είναι  (1)

 Εχουμε 

  , 

 Οπότε η (1) δίνει :

 

**Δ3:** **α)** Είναι 

 **β)** Στο τρίγωνο ΖΒΛ εφαρμόζουμε νόμο συνημιτόνων για τη πλευρά ΖΒ.

 ΖΒ2 = ΖΛ2 + ΛΒ2 – 2ΖΛ∙ΛΒ∙συν60 =

 = (3R)2 + R2 – 2 ∙3R ∙ R ∙ = 7R2 , άρα ΖΒ = 